

micrómetro y telé- metros de coincidencia y paralaje

Textos preparados por Félix Mitnik
y Fernando Daroqui.



1975

ECYT

Hecho el depósito de ley

Impreso en Argentina - Printed in Argentine

Contenido

Introducción

Descripción del aparato

Descripción de las experiencias :

Micrómetro

Telémetro de coincidencia

Telémetro de paralaje

Apéndices :

Micrómetro

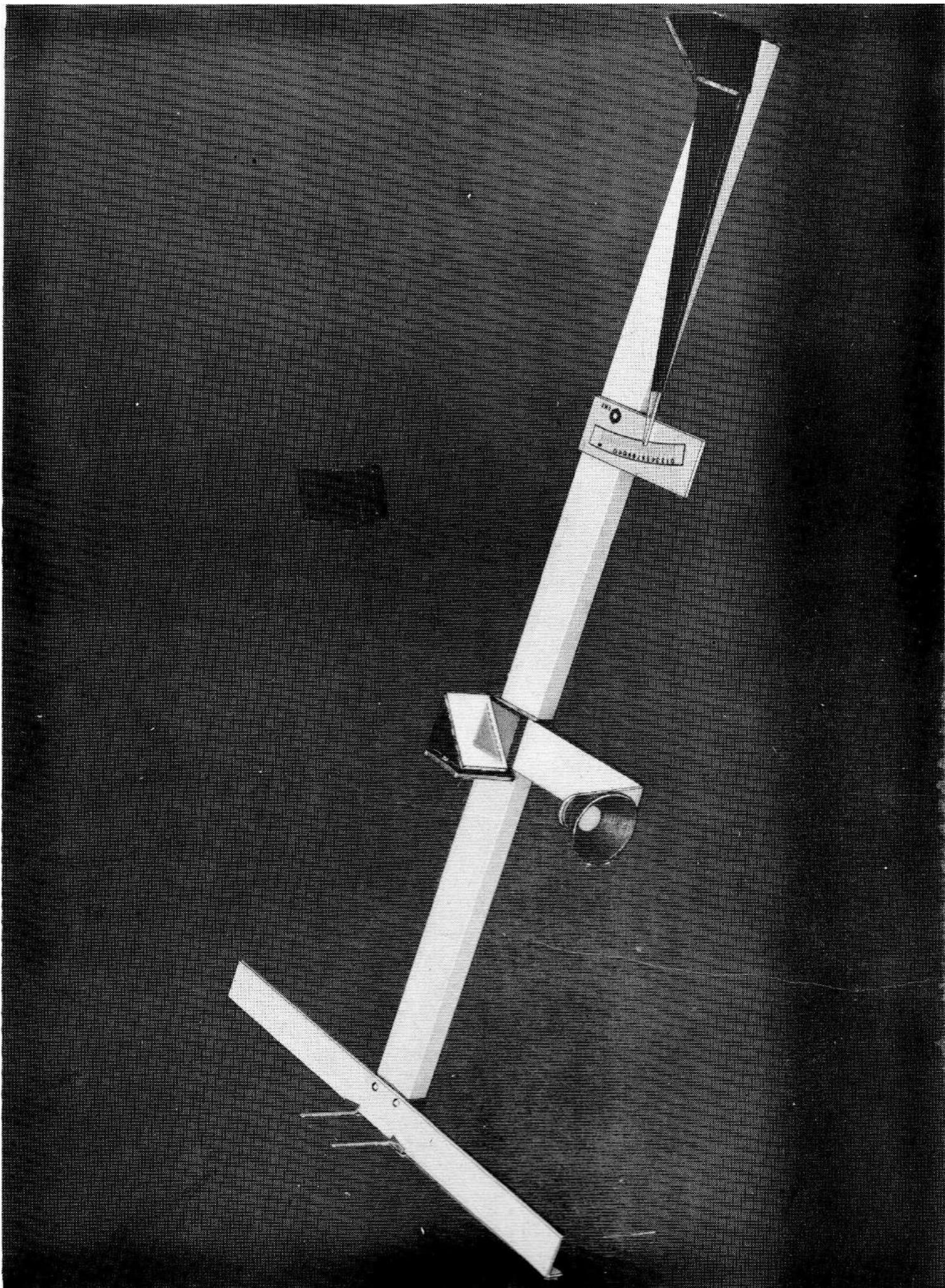
Telémetro de coincidencia

Telémetro de paralaje

Anexos:

Calibre

Tornillo Micrométrico



Introducción

Durante el trabajo experimental, uno de los problemas principales del científico es el de ampliar el rango de mediciones que es capaz de realizar. Para lograrlo debe diseñar aparatos, dispositivos o equipos que no le prestarán utilidad a menos que sepa cuán confiables son, qué es lo que realmente miden y cuál es el grado de precisión con que trabajan. Por ello la calibración de los instrumentos es paso previo indispensable para su correcto uso. A fin de utilizar un instrumento, los investigadores no necesitan saber en detalle cómo funcionan, pero sí cuáles son sus alcances y limitaciones. Para transmitir las ideas anteriores a quienes inician un contacto serio con la Física, se fijan usualmente dos objetivos para los primeros trabajos de laboratorio en un curso básico:

- a) Desarrollar las habilidades de laboratorio.
- b) Mostrar la necesidad de extender el rango de los sentidos, mediante instrumentos que el alumno calibre personalmente.

En el caso particular de mediciones de distancia, los estudiantes deben comprender, que resulta simple lograr una buena precisión con cantidades comprendidas entre 10^{-3} y 1 m mediante la ayuda de una regla o cinta métrica. Por el contrario, si con el mismo instrumento se desea medir distancias del orden de 10^2 ó 10^3 m, lograr una buena precisión resulta sumamente difícil, siendo imposible extender el rango de medidas de un instrumento como el citado, a distancias del orden de 10^{-5} ó 10^{15} m. Por estas razones se han diseñado diversos instrumentos y procedimientos para medir distancias estelares o microscópicas.

El equipo que aquí introducimos (Fig. 1), responde a los objetivos enunciados precedentemente, ya que ilustra cómo extender el rango de mediciones entre 10^{-5} y 10^3 m (aproximadamente 8 órdenes de magnitud!) y le enseña al estudiante a calibrar un instrumento cuyo principio de funcionamiento puede o no conocer.

Descripción del aparato

El Equipo (Fig. 2) consta de:

Ref.	Descripción	Código No
a)	Guía principal	10-150-1
b)	Porta guiones	10-150-2
c)	Visor del telémetro de paralaje	10-150-3
d)	Espejo rotatorio del telémetro de coincidencia con indicador	10-150-4
e)	Escala desplazable	10-150-5
f)	Soporte de los espejos del micrómetro y del telémetro de coincidencia	10-150-6

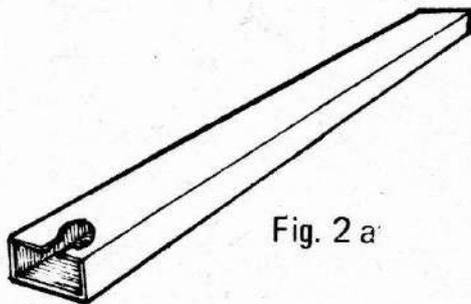


Fig. 2 a

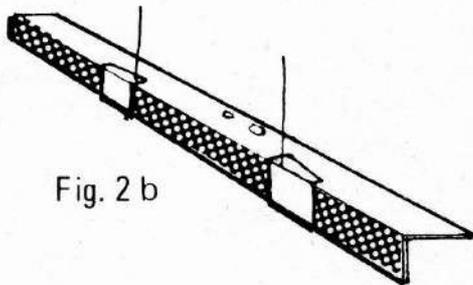


Fig. 2 b

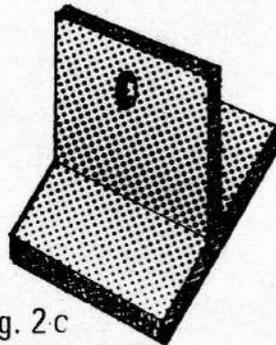


Fig. 2 c

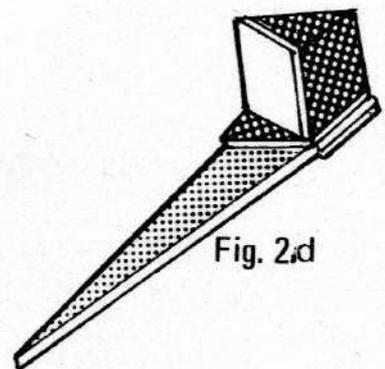


Fig. 2 d

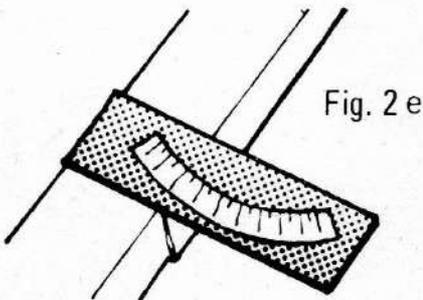


Fig. 2 e

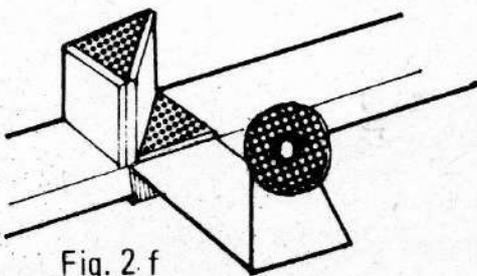


Fig. 2 f

Sus partes principales están construidas en acrílico y aluminio anodizado.

Descripción de las experiencias

Es evidente que con un dispositivo único es muy difícil abarcar 8 órdenes de magnitud si no se adoptan geometrías diferentes.

En este equipo ello se logra mediante tres formas distintas de montaje, que corresponden a un micrómetro, un telémetro de paralaje y un telémetro de coincidencia. Para cada uno de ellos se indica seguidamente: calibración, uso, geometría, errores y análisis crítico. Se ha preferido esta secuencia, pues creemos que ella facilitará la comprensión del lector.

Micrómetro

a) **Calibración y uso del instrumento:** este micrómetro es adecuado para medir distancias del orden de 10^{-4} a 10^{-5} m.

El micrómetro se arma con los elementos a, b, f, colocados según se indica (Fig. 3).

Los elementos cuyo espesor se desea determinar, se colocan detrás del espejo móvil entre el palpador y el plano de referencia.

Para comenzar con la calibración se determina el origen de la escala. Se utiliza para ello uno de los infinitos rayos que pueden incidir en el espejo del micrómetro. Nos referimos al perpendicular a la superficie reflectora en un punto de la misma (Fig. 4).

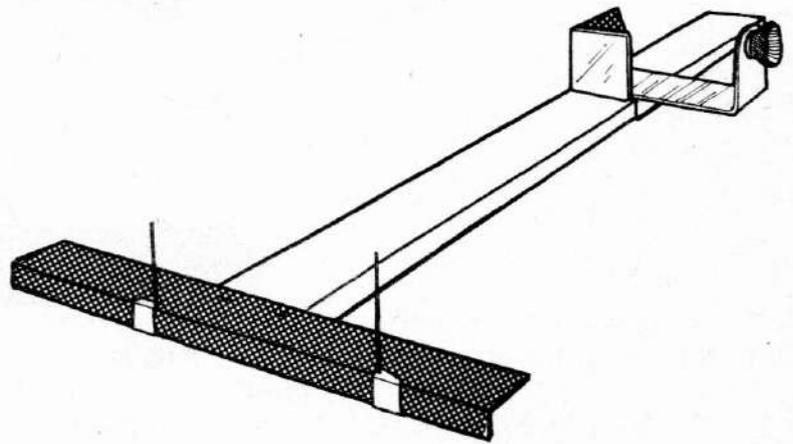


Fig. 3

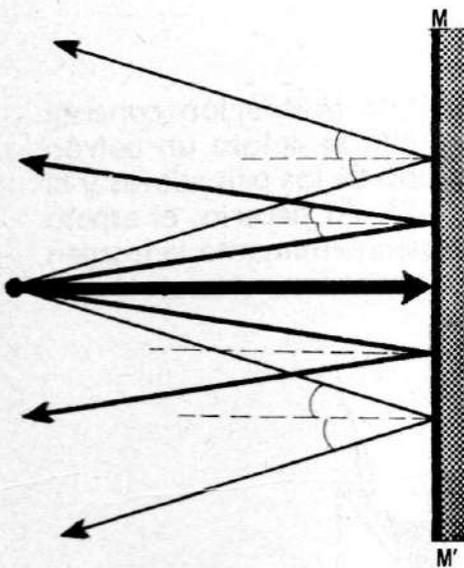


Fig. 4

Para determinar dicho rayo lo simulamos mediante el cordel con que viene provisto el instrumento. Cuando el cordel y su imagen formen una recta única, es decir cuando estén alineados, tendremos la certeza (salvo error de apreciación) de que el espejo es perpendicular al cordel (Fig. 5). La intersección de este cordel con el portaguiones determinará el origen de nuestra escala.

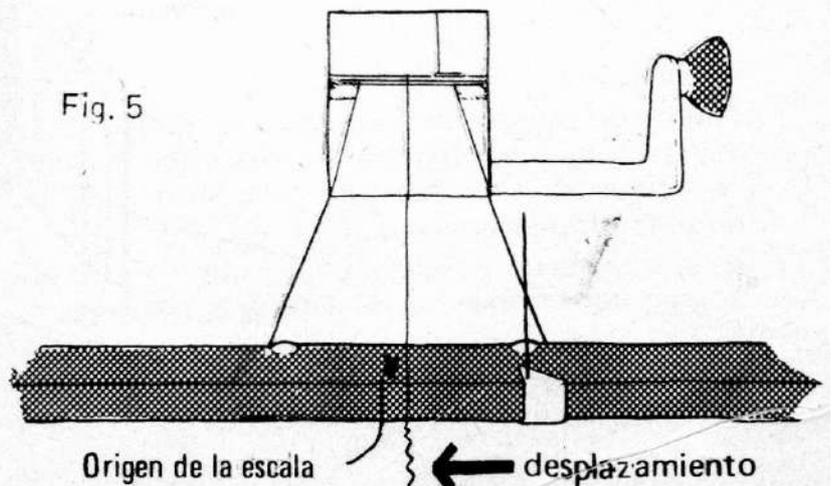


Fig. 5

A fin de marcarlo, desplazamos un guión hasta ese punto; a este guión lo utilizaremos como referencia y por lo tanto no debe moverse durante la calibración.

En lugar de alinear el cordel, se puede desplazar el guión de referencia hasta que quede alineado con un punto cualquiera trazado sobre el espejo y con su imagen (Fig. 6). Este método alternativo puede resultar un poco más difícil debido al tamaño de la imagen.

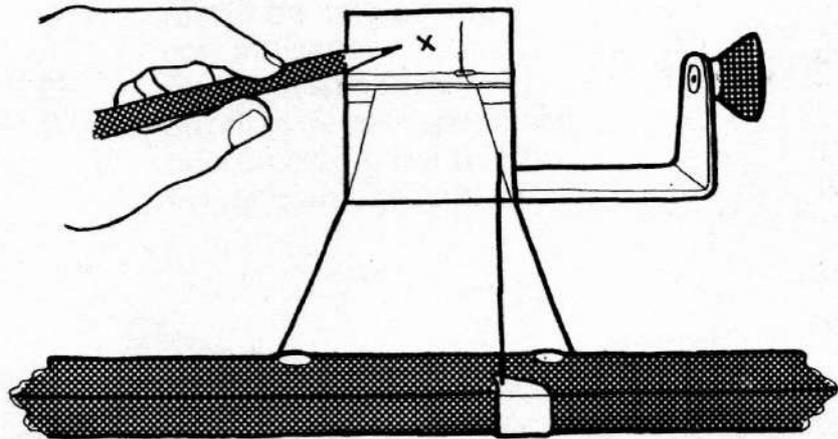


Fig. 6

La segunda fase de la calibración consiste en graduar la escala. Para ello se coloca un patrón de medida provisto entre uno de los palpadores y el plano de referencia (Fig. 7). Al hacerlo, el espejo gira un ángulo α y consecuentemente la imagen gira un ángulo 2α . Es necesario entonces deter-

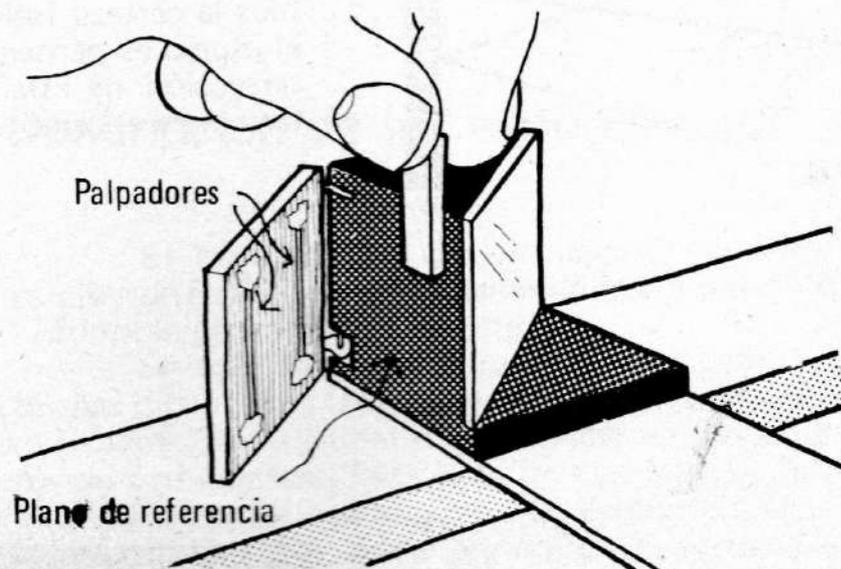


Fig. 7

minar la nueva posición sobre el soporte desde el cual la imagen del guión de referencia y el punto determinado sobre el espejo quedan alineados (Fig. 8).

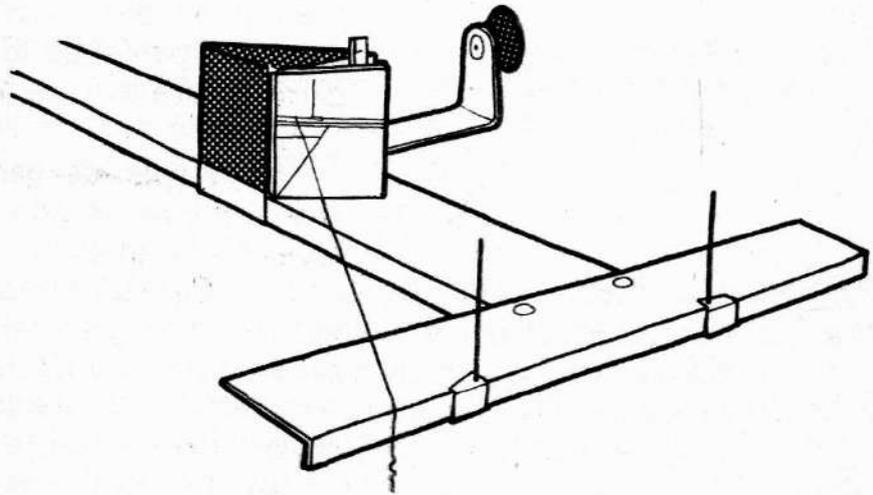


Fig. 8

A tal efecto alineamos el cordel con su imagen (o el segundo guión con el punto elegido sobre el espejo y la imagen de referencia).

Habiendo logrado la alineación medimos la separación entre guiones y llevamos el valor a una tabla (Fig. 9).

ESPESOR	SEPARACION ENTRE GUIONES
1 mm	$x_1 =$
2 mm	$x_2 =$
3 mm	$x_3 =$

Fig. 9

Nótese que en este último caso, no estamos usando el cordel para representar el rayo perpendicular al espejo, sino un rayo, que, partiendo del guión de referencia se refleja en un punto determinado sobre el espejo, de forma tal que su prolongación pase por la imagen. El procedimiento debe repetirse para cinco o seis patrones de medida a fin de cubrir parcialmente un orden de magnitud.

Una vez que el instrumento está calibrado, los estudiantes pueden usarlo para determinar un espesor incógnita colocando el elemento a medir entre los palpadores, tal como se hizo durante la calibración e interpolando gráfica o analíticamente. Si se desea puede adherirse un trozo de papel milimetrado al portaguiones y marcar allí las sucesivas posiciones del guión móvil correspondiente a los distintos patrones. El instrumento quedará así preparado para lectura directa.

b) **Aspectos geométricos:** Para explicar el funcionamiento de este instrumento, sólo se necesitan las leyes de la reflexión en un espejo plano.

Consideremos el camino de los rayos que parten de un objeto tal como el guión de referencia O , situado a una distancia x frente al espejo MM' . Denominaremos I a la imagen de O y x' a la distancia imagen-espejo. Para simplificar la descripción, tomaremos uno de los infinitos rayos que parten del guión: el perpendicular al espejo (Fig. 10). Analizando la marcha de

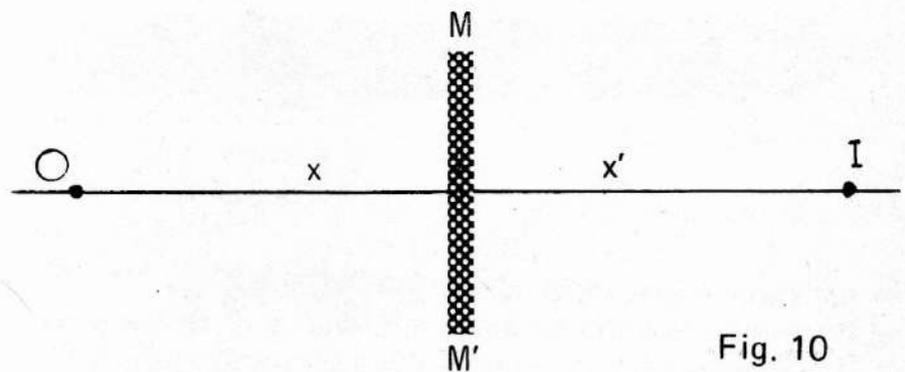


Fig. 10

este rayo se notará que si el espejo gira un ángulo α alrededor del punto A (Fig. 11) la imagen de O se traslada a I' . Si α es pequeño, podemos hacer las si-

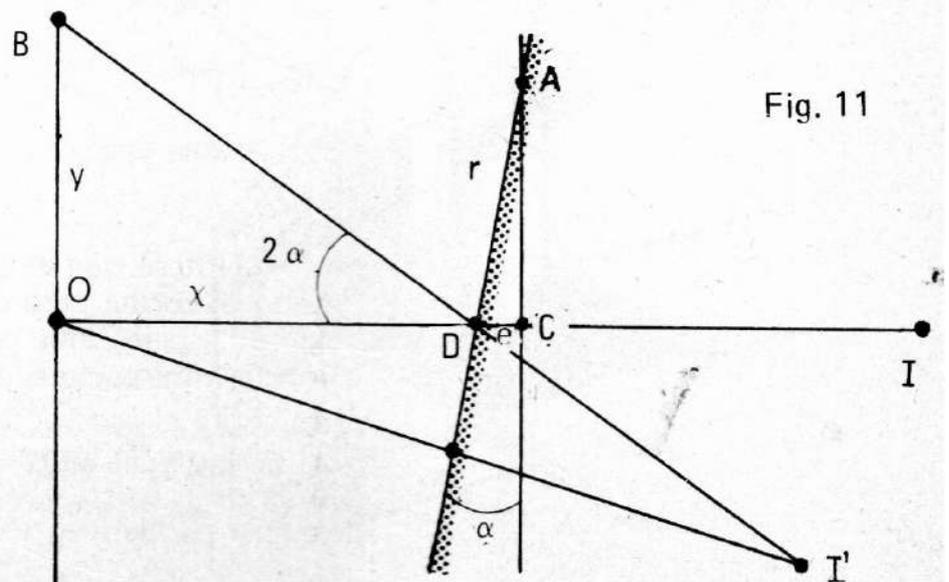


Fig. 11

güentes aproximaciones: $\text{tg } \alpha = \text{sen } \alpha = \alpha$ y $AC = AD$ con lo que de los triángulos ACD y BOD se obtienen las siguientes relaciones:

$$\alpha = \frac{e}{r} \quad (1) \quad 2 \alpha = \frac{y}{x} \quad (2)$$

donde según se observa (Fig. 11) e es el espesor de la lámina, r el radio de giro, x la separación entre el espejo y guiones e y la separación entre guiones. De (1) y (2) obtenemos:

$$e = \left(\frac{r}{2x} \right) y = k_1 y \quad (3)$$

El valor de k_1 permanece constante para una determinada ubicación del espejo sobre la guía principal y para uno de los palpadores, ya que en tal caso r y x son constantes. Según se observa en la expresión (3) e es una función lineal de y . Dicha ecuación describe el funcionamiento del micrómetro.

c) **Resultados experimentales:** Para realizar la experiencia se fijó la distancia x en 500 mm midiéndose la desde la parte posterior de la lámina de vidrio que es la que tiene depositado el material reflectante y se designó con 1 y 2 a los palpadores que tienen mayor y menor radio de giro respectivamente.

En la calibración del micrómetro, se emplearon trozos de hojas de afeitar de espesor 0.1 mm.

La separación entre guiones se midió con un calibre de 0.1 mm de apreciación. Se determinaron los resultados que se indican (Fig. 12 y 13). Salvo errores

$x = 500$ (mm)		
e (mm)	y_1 (mm)	y_2 (mm)
.1	6.2	13.8
.2	11.0	25.0
.3	15.5	36.3
.4	25.6	49.1

Fig. 12

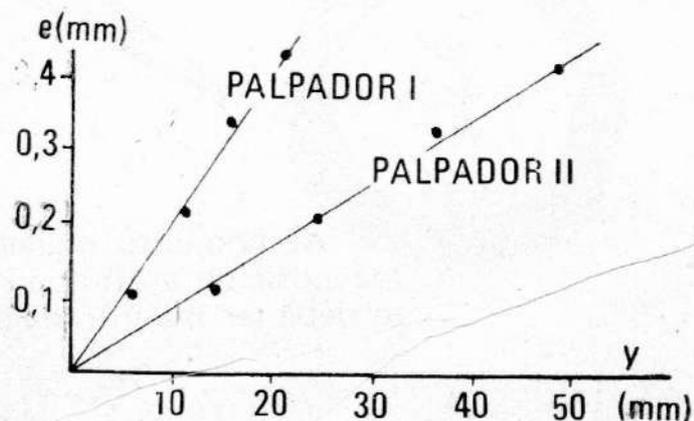


Fig. 13

experimentales, vemos que la relación entre variables es lineal de acuerdo a lo establecido en la ecuación (3)

Telémetro de coincidencia

a) **Calibración y uso del instrumento:** Este tipo de telémetro es adecuado para medir distancias comprendidas entre 0.5 m y 20 m aproximadamente.

El armado se realiza con los elementos a, d, e, y f. (Fig. 14).

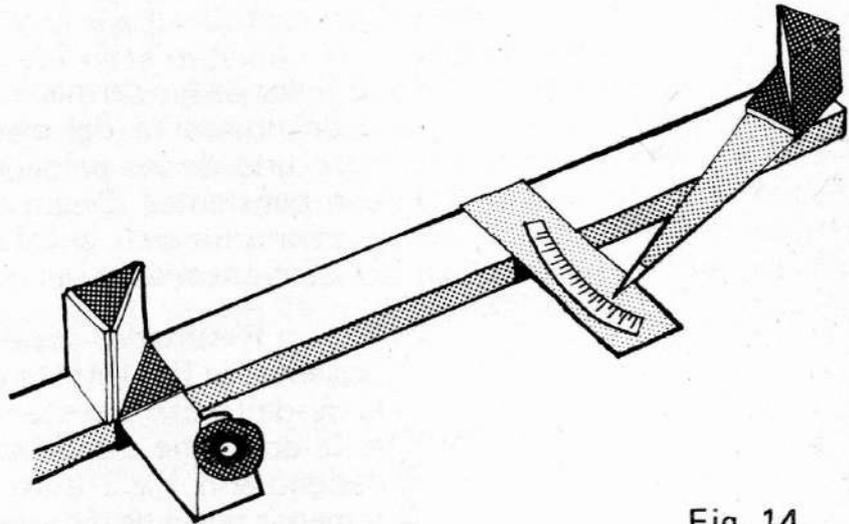


Fig. 14

Para montar el espejo giratorio, debe introducirse la aguja indicadora perpendicular a la guía principal, en la ranura que ésta tiene en un extremo, desplazarla hasta que quede centrada en el agujero y rotarla 90° (Fig. 15).

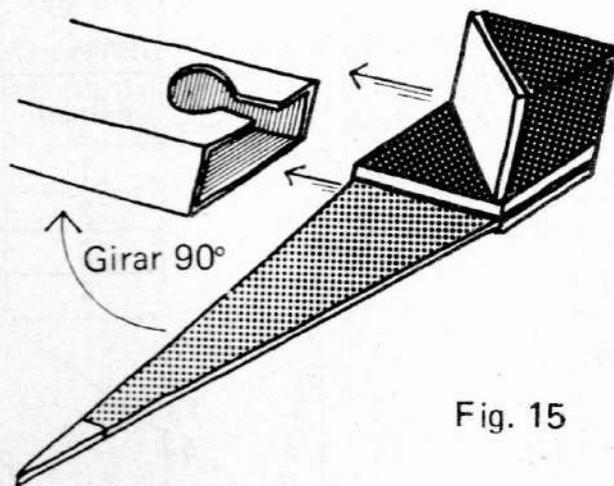


Fig. 15

Al conjunto ocular-espejo, debe ubicárselo en una posición arbitraria, sobre la guía principal, que no debe ser modificada durante la calibración. La dis-

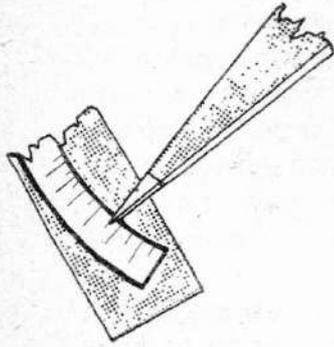


Fig. 16

tancia entre la escala y el espejo giratorio puede ser también arbitraria; sin embargo y a fin de facilitar la lectura es conveniente que la punta de la aguja indicadora cubra la escala, de forma tal que las divisiones de la misma se superpongan con el trazo del indicador. (Fig. 16).

Para calibrar el Telémetro, se lo fija sobre una mesa de trabajo frente a un objeto de referencia, tal como una varilla ubicada a una distancia conocida. Esta distancia debe ser medida a partir del espejo fijo del instrumento (Fig. 17). Observando por el ocular se verán dos imágenes diferentes: una, en la parte superior, formada por los rayos de luz que parten del objeto de referencia y penetran en los ojos del observador (sin reflejarse en los espejos) y otra en la parte inferior que corresponde a algún sector del laboratorio.

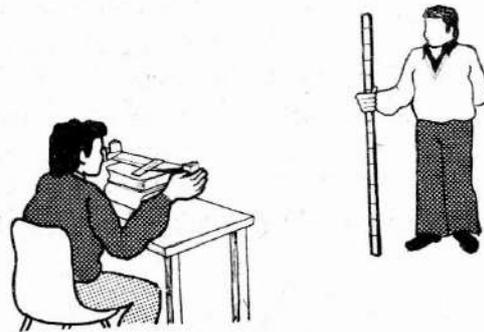


Fig. 17

Esta última se obtiene por reflexión en los dos espejos. Dado que generalmente no se observa la varilla en la parte inferior, el paso siguiente consiste en ver la imagen de la varilla a través de los espejos: para lograrlo hay que girar el espejo móvil (Fig. 18). Se continúa girando el espejo móvil hasta que la imagen superior y



Fig. 18

DISTANCIA AL OBJETO	POSICION DE LA AGUJA
(m)	
50	
1	
2	
3	
5	

Fig. 19

la inferior coincidan. Cuando ello ocurre se lee el valor indicado por la aguja sobre la escala. Se reitera la operación colocando la varilla a sucesivas distancias conocidas y se llevan los valores indicados sobre la escala a una tabla (Fig. 19). Una vez graficadas las mediciones se tendrá calibrado el Telémetro de Coincidencia para una determinada separación entre espejos.

En lugar de tabular los valores, puede indicarse las posiciones de la aguja sobre un trozo de papel adherido a la escala.

Desplazando el conjunto ocular-espejo a otra posición sobre la guía principal y repitiendo todo el proceso de calibración, se puede observar cómo varía la sensibilidad y el alcance del telémetro.

b) **Aspectos Geométricos:** Al igual que el micrómetro, es suficiente conocer las leyes de la reflexión en espejos planos para describir el funcionamiento del del telémetro de coincidencia.

Para simplificar la descripción consideraremos sólo dos rayos que parten del objeto: uno indicado con línea de puntos, que sufre dos reflexiones en los espejos y el otro indicado con trazo continuo que llega directamente al ojo del observador (Fig. 20).

El ángulo α es el que se ha girado el espejo MM' para que el primer rayo pase por el ocular.

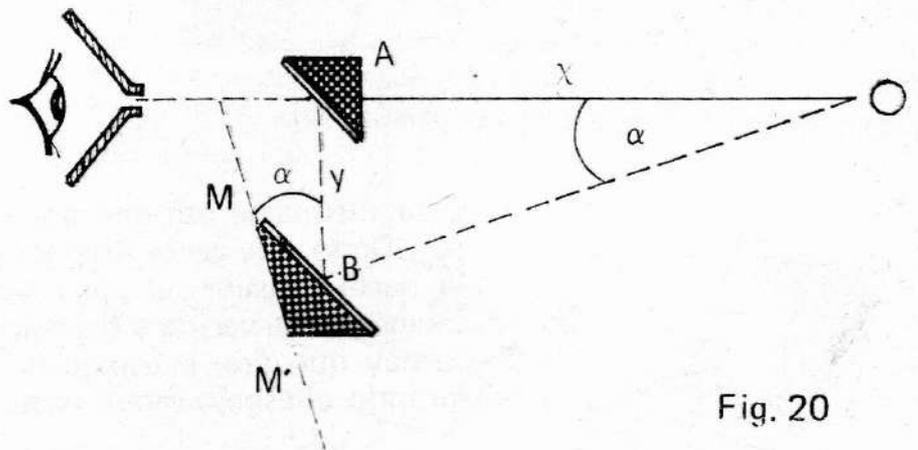


Fig. 20

Del triángulo AOB se obtiene la siguiente relación:

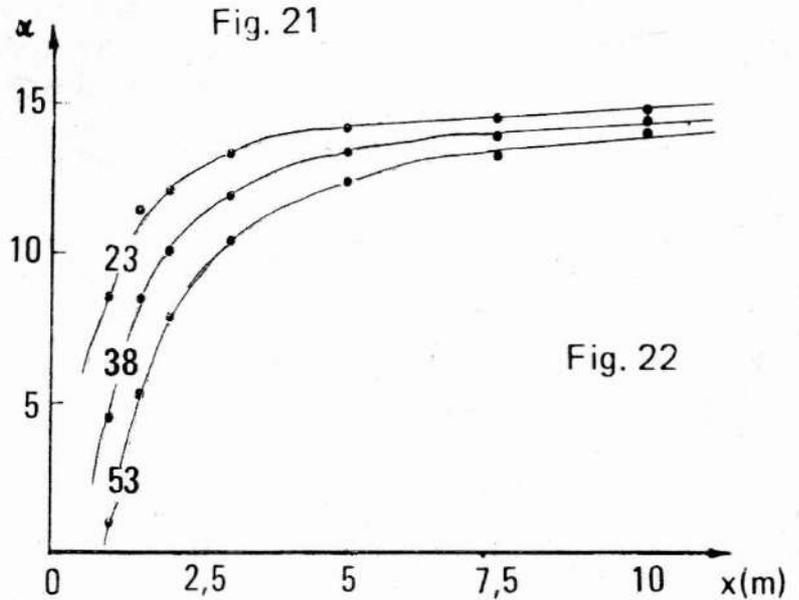
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} \quad (4)$$

$$\alpha = \operatorname{tg}^{-1} \frac{y}{x} \quad (5)$$

donde y es la separación entre espejos y x la distancia al objeto de referencia.

La ecuación (5) describe el funcionamiento del Telémetro de Coincidencia y predice una curva de

x (m) \ y (cm)	1	1,5	2	3	5	7,5	10
.23	8.5	11.3	12.0	13.3	14.2	14.5	14.8
.38	4.5	8.4	10.1	11.9	13.4	13.9	14.4
.53	1	5.2	7.9	10.4	12.4	13.3	14.0



calibración (α en función de x) del tipo arcotangente.

c) **Resultados experimentales:** En la gráfica indicamos resultados típicos de calibración del telémetro, para tres separaciones distintas de los espejos (Fig. 21 y 22).

Deben notarse que los valores de α están dados en unidades arbitrarias y que éstas son modificadas cuando se varía la distancia relativa entre la escala y el espejo giratorio.

Telémetro de paralaje

a) **Calibración y uso del instrumento:** Este tipo de Telémetro es adecuado para medir distancias comprendidas entre 20 m y 1000 m. El Telémetro queda armado con los elementos a, b y c, montados según se indica: (Fig. 23).

Para colocar el visor deben seguirse las instrucciones dadas para el espejo móvil del Telémetro de coincidencia. Si se desea cubrir el rango de medición mencionado anteriormente deberá elegirse un objeto de referencia (torre, antena, etc.) situado a varios kilómetros de distancia. No es necesario conocer la misma, pues ésta no interviene para nada en la medición, el único requisito importante es que sea varias veces

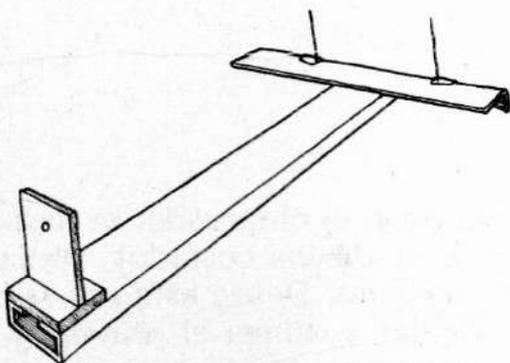


Fig. 23

mayor que la del objeto a medir.

Para la calibración, hay que utilizar al igual que en el dispositivo anterior, patrones de medida, en este caso, objetos situados a distancias conocidas. Resulta muy cómodo para trabajar, emplear jalones similares a los usados en agrimensura.

El primer paso consiste en ubicar los jalones sobre la recta que une el telémetro con el objeto de referencia (para otras formas de efectuar la medición, ver apéndice III b) de manera tal que observando por el ocular se puede alinear dicho objeto, el jalón y uno de los guiones (Fig. 24) este último servirá de referencia para la calibración del instrumento y una vez alineado, no debe modificarse su posición.

A la línea sobre la que se hallan alineados guión, objeto de referencia y jalón, la denominaremos "Línea de mira".

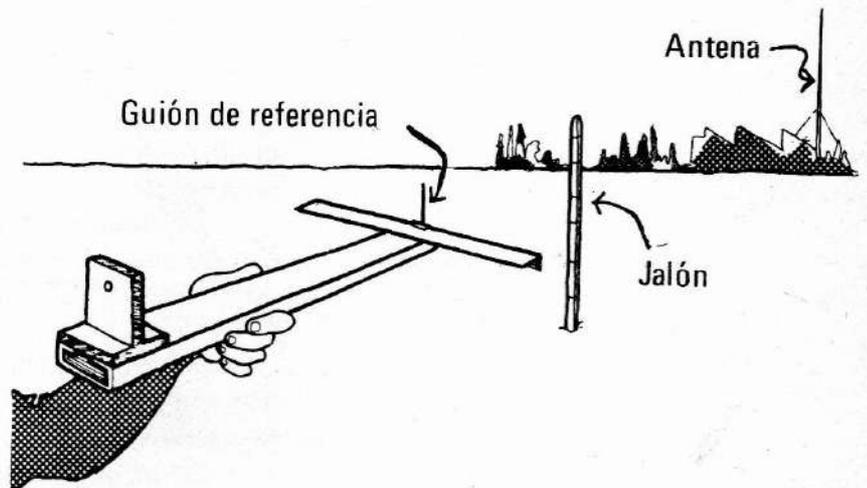


Fig. 24

Como segundo paso, el observador se desplaza, algunos metros hacia uno de los costados, **perpendicularmente** a la línea de mira. Desde esta nueva posición observa por el ocular y alinea el primer guión con la referencia; obviamente el jalón ha quedado desalineado. Sin mover el telémetro de esta 2da. línea de mira, desplaza el segundo guión hasta alinearlos nuevamente con el jalón (Fig. 25). Según se observará la separación entre guiones está relacionada con la distancia fijada. Se mide por lo tanto la distancia entre

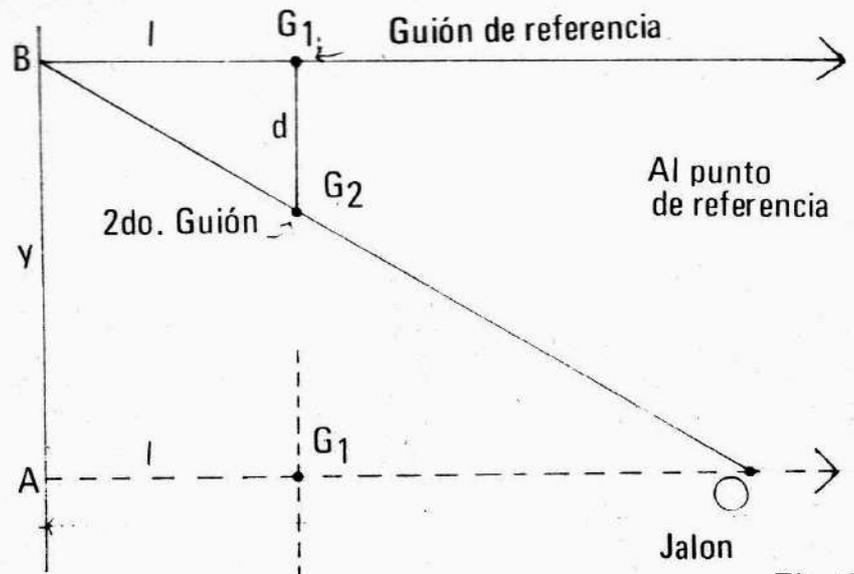


Fig. 25

guiones y se la lleva a una tabla (Fig. 26). La operación anterior se repite para jalones ubicados a diferentes distancias. Es importante medir éstas correctamente. A tal fin se recomienda utilizar una cinta metálica de 50 ó 100 m de longitud.

SEPARACION ENTRE GUIONES	DISTANCIA AL JALON
$d_1 =$	$x_1 =$
$d_2 =$	$x_2 =$

Fig. 26

b) **Aspectos Geométricos:** El principio del método de medición es el mismo que se emplea en astronomía para determinar distancias estelares. Para analizarlo consideremos la marcha de los rayos que parten del objeto de referencia y del jalón desde las posiciones de observación descritas en el apartado anterior. Según se observa (Fig. 25) y suponiendo que el objeto de referencia está en el infinito, las rectas con origen en A y B son paralelas. Luego los triángulos AOB y GG_2B son semejantes y de ellos se deduce la siguiente relación:

$$\frac{d}{y} = \frac{l}{x} \quad (6)$$

donde x es la distancia del telémetro al jalón, y el desplazamiento del telémetro desde una a otra posición, l la longitud del telémetro y d la separación entre guiones.

Podemos reescribir la ecuación (6) como:

$$d - l + y \left(\frac{1}{x} \right) = k_2 \frac{1}{x} \quad (7)$$

Donde k_2 permanece constante para un determinado desplazamiento del telémetro. La ecuación (7) predice una curva de calibración de tipo hiperbólica. La sensibilidad y alcance del aparato, dependen de la distancia al objeto de referencia y del desplazamiento y del telémetro. Para mediciones en astronomía, este desplazamiento corresponde al diámetro de la órbita terrestre, es decir, a mediciones realizadas con un intervalo de 6 meses.

c) **Resultados experimentales:** Para realizar la experiencia se eligió un desplazamiento $y = 10$ m. Sobre la base de las mediciones efectuadas (Fig. 27) se preparó una curva de calibración (Fig. 28); tal como se esperaba, es de tipo hiperbólica.

d (mm)	x (m)
101	50
63	75
44	100
23	150
14	200

Fig. 27

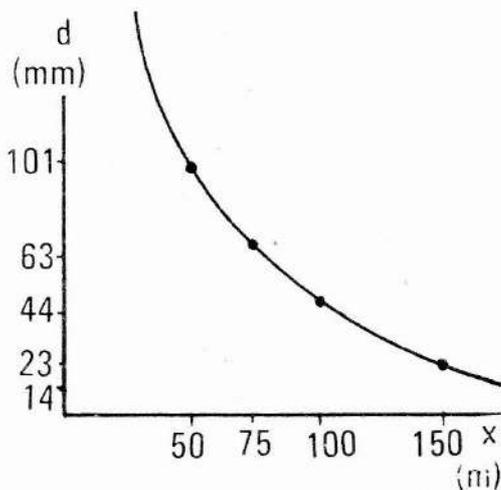


Fig. 28

Apéndices

MICROMETRO: Errores de medición.

La manera más usual de expresar los errores es en su forma porcentual

$$E_p = \left(\frac{\Delta f}{f} \right) 100 \quad (8)$$

Para el cálculo del incremento de una función de varias variables -cada una de las cuales pueden incrementarse independientemente de las otras- la teoría de errores proporciona la siguiente expresión:

$$(\Delta f)^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \cdot \Delta x \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \cdot \Delta z \right)^2 \quad (9)$$

En el caso del micrómetro, tendremos que:

$$(\Delta e)^2 = \left(\frac{\partial e}{\partial r} \cdot \Delta r \right)^2 + \left(\frac{\partial e}{\partial x} \cdot \Delta x \right)^2 + \left(\frac{\partial e}{\partial y} \cdot \Delta y \right)^2 \quad (10)$$

Recordando la expresión (3) que describe el funcionamiento de este instrumento y operando, se llega finalmente a que el error porcentual está dado por:

$$\left(\frac{\Delta e}{e}\right)^2 = \left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2 \quad (11)$$

Para encontrar resultados numéricos, se ha reemplazado en la ecuación anterior, un conjunto de valores característicos de las variables y de los errores estimados, a saber: $\underline{x} = 500$ mm, $\Delta \underline{x} = 1$ mm; $\underline{r} = 8$ mm, $\Delta \underline{r} \cong 0,5$ mm, $\underline{y} = 50$ mm, $\Delta \underline{y} = 1$ mm, donde $\Delta \underline{x}$ y $\Delta \underline{r}$ resultan de la apreciación de la regla y $\Delta \underline{y}$ es el valor promedio de las fluctuaciones. Con dichos valores se obtiene:

$$\left(\frac{\Delta e}{e}\right) = 6 \times 10^{-2} \quad E_p = 6 \%$$

Observando la curva de calibración del micrómetro (Fig. 13), se vé que la dispersión de puntos alrededor de la recta, está dentro de lo calculado. Nótese que la sensibilidad del aparato aumenta a medida que se aleja el espejo de los guiones. Ello podría llevar a suponer que es conveniente duplicar o triplicar la separación entre espejo y guiones.

Sin embargo se presenta un efecto que no se ha tenido en cuenta anteriormente: la diferencia de tamaños de imagen y objeto. Esta diferencia redonda notablemente en la precisión de las mediciones ya que Δy en estos casos es bastante mayor que 1 mm con lo que el error porcentual no disminuye.

La sensibilidad podría aumentarse si se disminuye el radio de giro: además de las complicaciones de construcción, ello traería aparejado una limitación de los espesores a medir ya que la ecuación (3) se dedujo de la hipótesis de que α era pequeño, y si este requisito no se cumple la relación entre e e y se aparta de la linealidad.

TELEMETRO DE COINCIDENCIA: Errores de medición.

Realizando un análisis similar al del apéndice I, obtenemos en este caso la siguiente expresión para el error porcentual:

$$\left|\frac{\Delta x}{x}\right|^2 \cong \left|\frac{\Delta y}{y}\right|^2 + \left|\frac{\Delta \alpha \cdot}{\text{sen} \alpha \text{ cos} \alpha}\right|^2 \quad (12)$$

Como α se mide en unidades arbitrarias, no podemos calcular directamente

$$\left|\frac{\Delta \alpha}{\text{sen} \alpha \text{ cos} \alpha}\right|$$

Suponiendo que α es pequeño, se pueden hacer las siguientes aproximaciones:

$$\text{Sen } \alpha \cdot \text{Cos } \alpha \simeq \text{Sen } \alpha \simeq \alpha$$

y reescribiendo
$$\left| \frac{\Delta x}{x} \right|^2 \simeq \left| \frac{\Delta y}{y} \right|^2 + \left| \frac{\Delta \alpha}{\alpha} \right|^2 \quad (13)$$

Notemos que si $\alpha \longrightarrow 0$

$$\frac{\Delta \alpha}{\alpha} \longrightarrow \infty$$

iy el error porcentual también! Esto limita las distancias máximas que se pueden medir con el telémetro. Según se aprecia, el error porcentual no es constante, sino que es una función de la distancia a medir (a mayor distancia mayor error se comete y recíprocamente).

Para encontrar resultados numéricos se ha reemplazado en la ecuación (13) valores característicos de las variables y de los errores estimados, a saber: $y = 200 \text{ mm}$; $\Delta y = 1 \text{ mm}$; $\alpha =$ dos divisiones de la escala; $\Delta x =$ dos divisiones donde Δy y $\Delta \alpha$ resultan de la apreciación de la lectura. Con dichos valores se obtiene:

$$\left| \frac{\Delta x}{x} \right| \simeq 10^{-1}$$

TELEMETRO DE PARALAJE: Error de medición.

Realizando un análisis similar al del apéndice I, obtenemos en este caso la siguiente expresión para el error porcentual;

$$\left| \frac{\Delta x}{x} \right|^2 \simeq \left| \frac{\Delta y}{y} \right|^2 + \left| \frac{\Delta \ell}{\ell} \right|^2 + \left| \frac{\Delta d}{d} \right|^2 \quad (14)$$

Para encontrar resultados numéricos, se reemplaza en la ecuación (14) el siguiente conjunto de valores característicos: $y = 10 \text{ m}$; $\Delta y = .2 \text{ m}$; $\ell = 610 \text{ mm}$; $\Delta \ell = 1 \text{ mm}$; $d = 100 \text{ mm}$; $\Delta d = 1 \text{ mm}$. Con dichos valores se obtiene:

$$\frac{\Delta x}{x} \simeq 2 \times 10^{-2}$$

$$E_p \simeq 2 \%$$

TELEMETRO DE PARALAJE: mediciones sin alineación previa.

Pueden efectuarse mediciones con el telémetro de paralaje sin alinearlos previamente con el punto de referencia y el objeto cuya distancia se desea conocer. Ello es particularmente útil en circunstancias como la ilustrada en que dicha alineación resulta imposible (Fig. 29).

Según se indica G_1 es el guión de referencia y G_2 y G_2' las dos posiciones del segundo guión para las cuales se ve el objeto O desde A y B respectivamente.

De los triángulos semejantes $G_2 G_2' B$ y AOB se deducen las siguientes relaciones:

$$\frac{d}{y} = \frac{I'}{x}$$

donde

$$I' = \sqrt{I^2 + c^2}$$

Luego:

$$x = \frac{y}{d} \sqrt{I^2 + c^2}$$

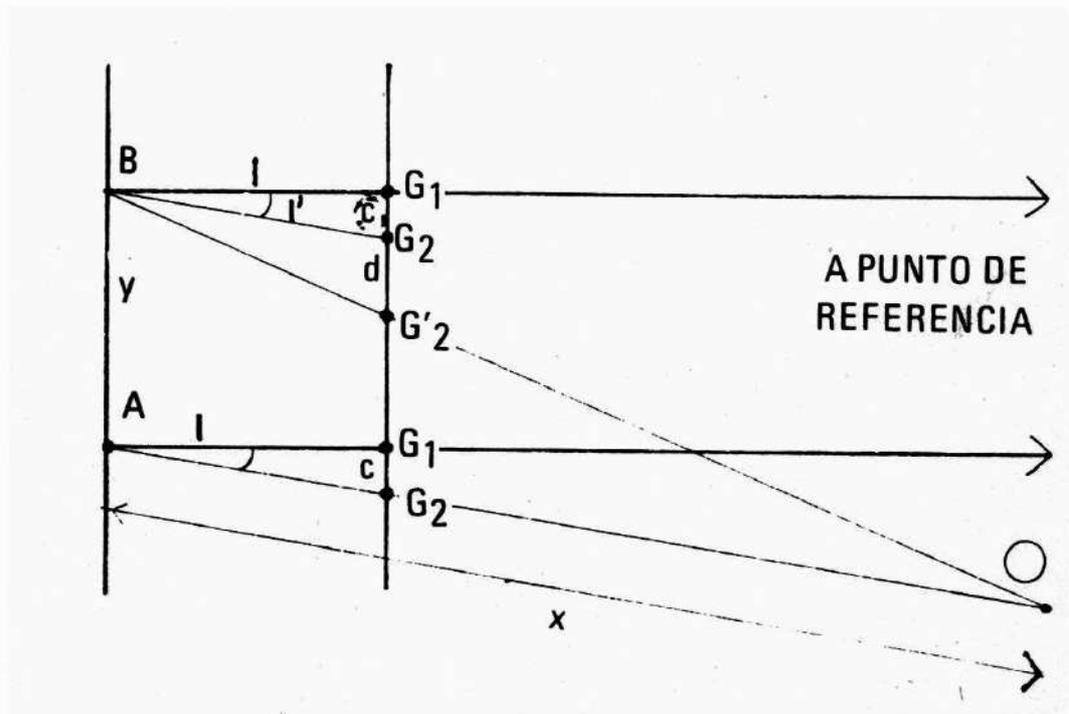


Fig. 29

Otra geometría que se puede adoptar es la que se ilustra (Fig. 30). Se puede demostrar que en este caso:

$$\frac{d}{y} = \frac{I'}{x}$$

donde: $l' = \sqrt{l^2 + c^2}$

Luego: $x = \frac{y}{d} \sqrt{l^2 + c^2}$

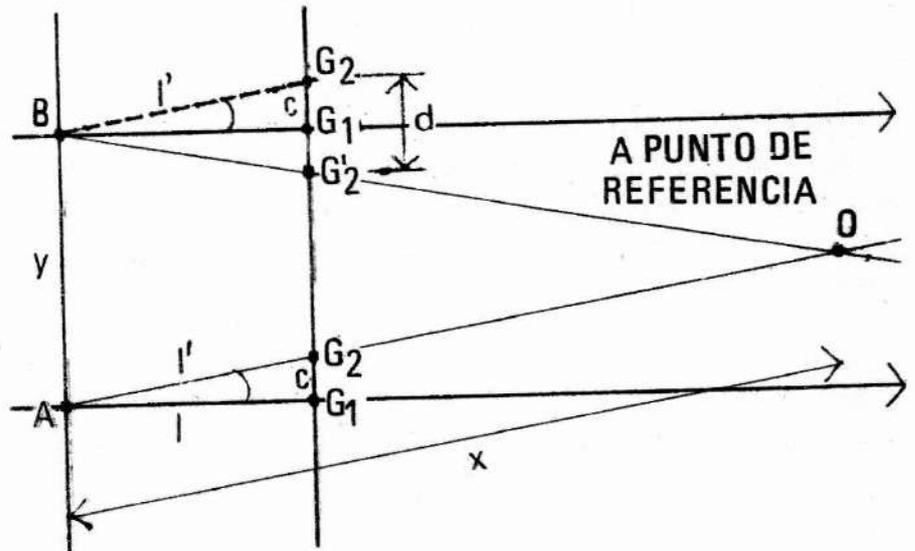


Fig. 30

donde: $I' = \sqrt{l^2 + c^2}$

Luego: $x = \frac{y}{d} \sqrt{l^2 + c^2}$

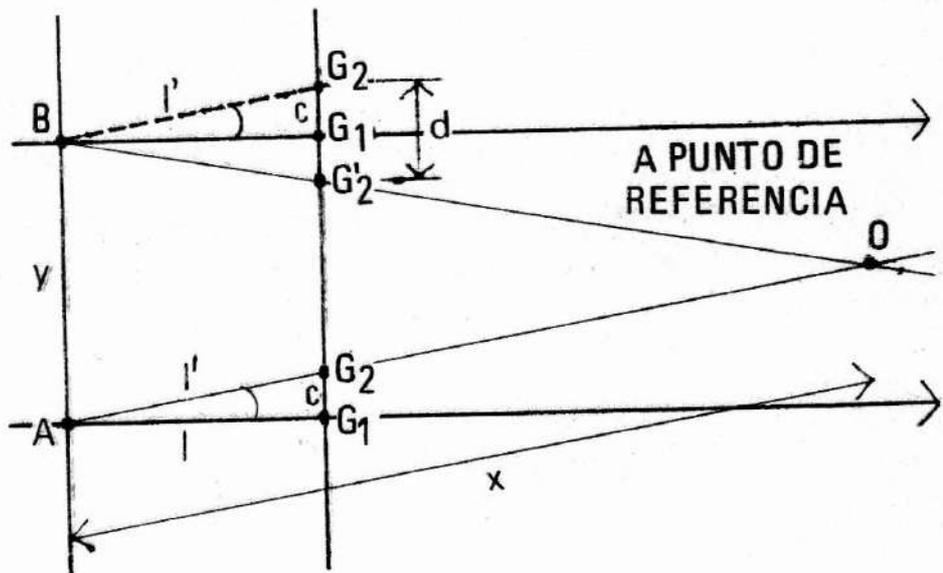


Fig. 30